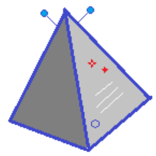
Física I

Radiación de cuerpo negro

Ley de radiación: Radiación (potencia) $= Area \times \varepsilon\sigma T^4$,
Donde
ε es la emisividad, que es un número entre 0 y 1. Para un cuerpo negro $\varepsilon = 1$
$\sigma = 5.67\times10^{-8}\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$ es una constante. Notar la curiosa sucesión de números 5, 6, 7 y 8.

Problema 1.- Considerar un satélite con la forma de un tetraedro y con una cara enfrentando directamente al sol recibiendo 1350 W/m^2 de radiación. Calcular la temperatura del satélite si las 4 caras están en equilibrio.



Solución: El satélite recibe energía a una tasa igual a:

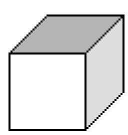
$P_{absorbida} = 1{,}350 \times A$, donde A es el área de uno de los triángulos.

Pero emite en todas direcciones:

$P_{emitida} = \sigma T^4 \times (4A)$

Estas cantidades son iguales, entonces: $T = \sqrt[4]{\dfrac{1350}{5.67\times10^{-8}\times 4}} =$ **278 K**

Problema 2.- Considerar que un satélite en órbita tiene forma de cubo y un lado enfrenta al sol recibiendo 1,300 W/m^2 de radiación. Calcular la temperatura del satélite si emite igualmente en sus 6 lados.



Solución: El satélite recibe energía a una tasa de: $P_{absorbida} = 1{,}300 \times L^2$

Pero emite en todas direcciones: $P_{emitida} = \sigma T^4 \times (6L^2)$

Estas cantidades deben ser iguales en equilibrio, entonces:

$$1{,}300 \times L^2 = \sigma T^4 \times (6L^2) \rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{1{,}300}{5.67\times10^{-8}\times 6}} = \mathbf{250\ K}$$

Problema 3.- El planeta Mercurio tiene forma esférica. Recibe radiación del sol a una tasa de 9,300 W/m^2. Estimar la temperatura de la superficie asumiendo que se comporta como un cuerpo negro a temperatura constante.

Sugerencia: Notar que el sol ilumina un área equivalente a un círculo, pero el planeta emite en todas direcciones.

Solución: La energía absorbida es: $\acute{a}rea \times 9300 = \pi r^2 \times 9300$

La energía emitida es: $\acute{a}rea \times \sigma T^4 = 4\pi r^2 \times \sigma T^4$

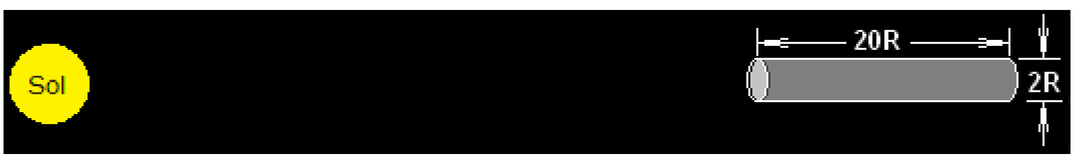
Estas cantidades deben ser iguales en equilibrio, entonces:

$$\pi r^2 \times 9300 = 4\pi r^2 \times \sigma T^4 \rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{9300}{4\sigma}} = \mathbf{450\ K}$$

Problema 4.- ¿Por qué es un buen emisor de radiación llamado cuerpo negro?

Respuesta: Los buenos emisores son también buenos absorbiendo radiación así que se ven negros a temperatura ambiente.

Problema 5.- Considerar que un satélite en órbita tiene una forma cilíndrica cuya base circular enfrenta al sol y recibe 1,350 W/m^2 de radiación. Calcular la temperatura del satélite si emite igualmente en toda su superficie y tiene una longitud igual a 20R (R es el radio de la base).



Solución: El satélite recibe energía a la tasa de:

$$P_{absorbida} = 1350 \times \pi R^2$$

Pero emite en todas direcciones:

$$P_{emitida} = \sigma T^4 \times \left(2\pi R^2 + 2\pi R \times 20R\right)$$

Las cantidades son iguales en equilibrio, entonces:

$$1350 \times \pi R^2 = \sigma T^4 \times \left(2\pi R^2 + 2\pi R \times 20R\right) \rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{1350 \times \pi R^2}{5.67 \times 10^{-8} \times 42\pi R^2}} = \mathbf{154\ K}$$

Problema 6.- Se puede calcular que el Sol, cuya temperatura superficial es 5800K, emite 3.2×10^{26} W de radiación. Considerar una estrella de tipo enana marrón del mismo tamaño que el sol, pero que emite solo 0.2×10^{26} W. Calcular su temperatura superficial.

Solución: Ya que la radiación de la enana marrón es 1/16 de la del Sol, y que la radiación es proporcional a la temperatura a loa 4ta potencia, la temperatura debe ser ½ de la del Sol (**2,900 K**).

Problema 7.- Con respecto a la densidad de energía electromagnética en una cavidad como función de lambda, $U(\lambda)$ y como función de la frecuencia $U(f)$:

A) ¿por qué el máximo dado por la ecuación de Wien, $\lambda_{MAX} T = 2.9\text{mmK}$, no es el mismo que para U(f)?

B) Usando la ecuación indicada, calcular la longitud de onda de máxima intensidad en un horno de piza que trabaja a 220ºC

Solución:

A) Ya que dλ y df no son iguales, el máximo dado por la ecuación de Wien para $U(\lambda)$ no es el mismo que para U(f). Al tomar el diferencial df aparece un factor $-c/\lambda^2$.

B) T = 220+273.15 = 493.15K, así que $\lambda_{MAX} = \dfrac{2.9\text{mmK}}{493.15\text{K}} = \mathbf{5.88\ \mu m}$